

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ПЛАНЕТАРНОГО ВОЗВРАТНО- ВРАЩАТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕШИВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Перемешивающие устройства широко используются для проведения большинства химических, нефтехимических, тепломассообменных процессов. В настоящее время наиболее распространенными являются перемешивающие устройства с вращательным движением рабочего органа, однако они зачастую не позволяют достичь требуемого уровня тепломассообмена. Для устранения данного недостатка предлагается использовать возвратно-вращательное перемешивающее устройство с планетарным исполнительным механизмом. Цель работы – построение и исследование кинематической модели механизма.

Материалы и методы. Исследование кинематики планетарного механизма выполнено с помощью метода Кутцбаха – Смирнова, обработка экспериментальных данных проведена методами статистического анализа.

Результаты. Построена кинематическая модель механизма, получены выражения для определения функции положения, аналога скорости и ускорения выходного звена планетарной передачи. Проведена экспериментальная проверка адекватности разработанной математической модели, оценены погрешности измерения.

Выводы. Полученная кинематическая модель соответствует реальному объекту, поэтому она может использоваться при дальнейшем динамическом и силовом анализе машины, а также при проектировании новых высокоэффективных возвратно-вращательных перемешивающих устройств.

Ключевые слова: кинематика, планетарный механизм, возвратно-вращательное перемешивающее устройство, планы скоростей, нормальное распределение, критерий согласия Пирсона, доверительный интервал.

A. A. Prikhod'ko, A. I. Smelyagin, N. V. Mevsha

AN EXPERIMENTAL STUDY OF KINEMATICS OF A PLANETARY ROTATIONALLY RECIPROCATING STIRRING TANK

Abstract.

Background. Stirring tanks are widely used for most of chemical, petrochemical, heat and mass transfer processes. Currently, the most common ones are stirrers with rotational impeller motion, but they often do not achieve the required level of heat and mass transfer. To eliminate this disadvantage, it is proposed to use a rotationally reciprocating stirred tank (RRST) with a planetary actuator. The purpose of the work is to construct and study a kinematic model of the mechanism.

¹ Данное научное исследование проводится при поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере по программе «У.М.Н.И.К.» по теме «Разработка и исследование инновационных перемешивающих устройств» в рамках договора № 8037ГУ/2015 от 23.11.2015.

Materials and methods. The authors investigated the planetary mechanism's kinematics using the Kutzbach-Smirnov method and processed the experimental data by methods of statistical analysis.

Results. The article describes the constructed kinematic model of the mechanism and the obtained equations for determining functions of the position, velocity and acceleration analogues of the planetary gear output link. The adequacy of the developed mathematical model was verified experimentally; the measurement errors were estimated.

Conclusions. The resulting kinematic model corresponds to the real object, so it can be used for further dynamic and force analysis of the machine, as well as for design of new highly effective rotationally reciprocating stirred tanks.

Key words: kinematics, planetary mechanism, rotationally reciprocating stirred tank (RRST), velocity plans, normal distribution, Pearson's chi-squared test, confidence interval.

Введение

Реакторы с мешалками широко используются в химической, нефтехимической, пищевой, строительной и многих других отраслях промышленности [1]. Перемешивание позволяет повысить интенсивность химических, тепловых и массообменных процессов, применяется для приготовления растворов, эмульсий и суспензий [2].

На данный момент наиболее распространенными являются перемешивающие устройства с вращательным движением рабочего органа [3, 4]. Они надежны, просты в изготовлении и эксплуатации. Однако в установившемся режиме работы скорости мешалки и перемешиваемой среды уравниваются, что приводит к снижению интенсивности теплообмена.

В работах [5, 6] описаны перемешивающие устройства, оказывающие вибрационное воздействие на обрабатываемую среду за счет возвратно-вращательного движения рабочего органа. При таком способе перемешивания рабочий орган постоянно меняет направление движения, что приводит к увеличению градиента скоростей перемешиваемой жидкости и позволяет значительно повысить интенсивность процессов в реакторе.

В качестве приводного механизма возвратно-вращательного перемешивающего устройства (ВВПУ) предложена планетарная передача с эллиптическими зубчатыми колесами (рис. 1). Преимуществами данной передачи перед рычажными преобразователями движения являются компактность и надежность, а также простота уравнивания [7].

Предложенный механизм состоит из стойки 0, входного вала 1, водила 2, выходного вала 3, солнечного цилиндрического колеса 4, эллиптического зубчатого колеса 5, цилиндрического зубчатого колеса 6 сателлита, эллиптического зубчатого колеса 7 сателлита, вала 8, соединяющего колеса сателлита.

Соединив с двигателем входной вал 1 и закрепив на выходном валу 3 рабочий орган, получим ВВПУ. Принцип работы перемешивающего устройства заключается в следующем. Двигатель сообщает вращательное движение входному валу 1 и водилу 2, благодаря этому зубчатое колесо 6 обкатывается по солнечному цилиндрическому зубчатому колесу 4, движение колеса 6 сообщается через вал 8 сателлита эллиптическому колесу 7, которое приводит в движение эллиптическое колесо 5 вместе с выходным валом 3. Выходной

вал 3 через полный оборот входного вала 1 оказывается в первоначальном положении, при этом вследствие переменного передаточного отношения пары эллиптических зубчатых колес 5 и 7 совершает возвратно-вращательное движение, которое передается жестко закрепленному на выходном валу рабочему органу.

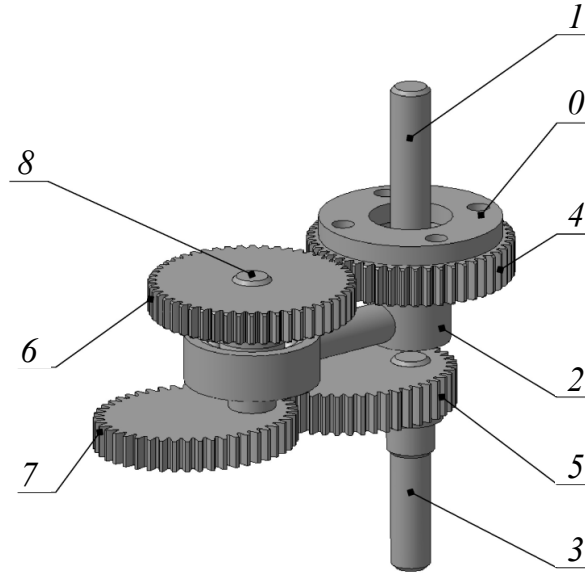


Рис. 1. Планетарный приводной механизм перемешивающего устройства

Целью работы является кинематическое исследование предложенного планетарного приводного механизма с эллиптическими зубчатыми колесами.

1. Кинематическая модель механизма.

Покажем, что исследуемый планетарный механизм обеспечивает возвратно-вращательное движение рабочего органа, для чего построим планы положений в диапазоне $0 < \varphi_1 < 2\pi$ (рис. 2).

Как видно из рис. 2, при одностороннем вращательном движении входного вала вместе с водилом эллиптическое колесо вместе с выходным валом совершают возвратно-вращательное движение. Для построения кинематической модели изобразим план скоростей звеньев механизма для одного из промежуточных положений, например в положении, показанном на рис. 2,б ($\varphi_1 = 45^\circ$).

Аналог угловой скорости выходного вала 3 (рис. 3) определится по формуле [8]:

$$\varphi'_3 = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{v_D \cdot AC}{v_C \cdot ED} = \frac{DD' \cdot AC}{CC' \cdot ED}, \quad (1)$$

где φ_3 , ω_3 – угол поворота и угловая скорость выходного вала 3; φ_1 , ω_1 – угол поворота и угловая скорость входного вала 1.

Учитывая подобие треугольников BDD' и BCC' , уравнение (1) можно представить в виде

$$\varphi'_3 = \frac{BD \cdot AC}{BC \cdot ED} \cdot \quad (2)$$

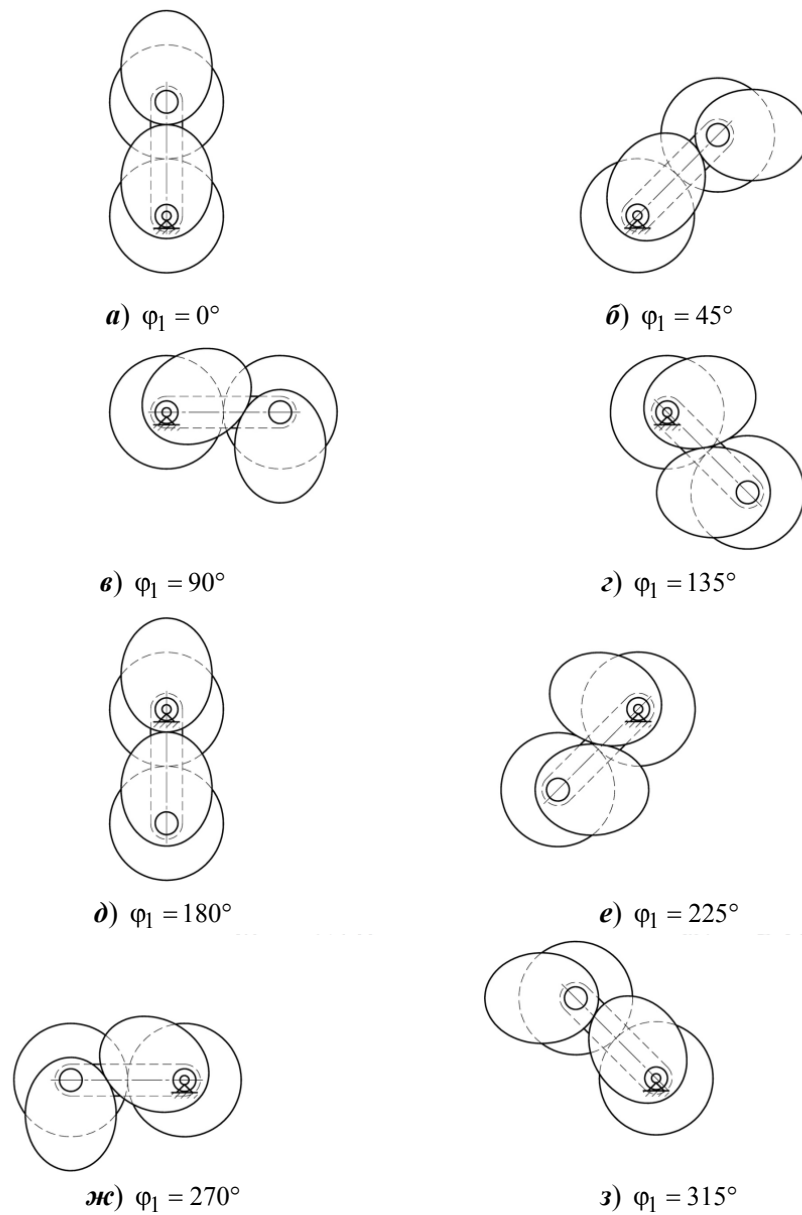


Рис. 2. Планы положений исследуемого механизма

Так как радиус зацепления в паре эллиптических колес 5 и 7 не является постоянной величиной, то точка D на плане скоростей будет менять свое положение, при этом будет меняться длина и направление вектора DD' . Для нахождения отрезков BD и ED представим уравнение эллипса в полярной системе координат [9]. Фокус ведущего эллипса I примем за полюс, а большую ось – за полярную ось (рис. 4), тогда уравнение эллипса запишется в виде

$$\rho(\varphi_x) = \frac{p}{1 - e \cos \varphi_x}, \quad (3)$$

где $\varphi_x = \varphi_1 + \pi$ – угол поворота эллиптического колеса 7; e – эксцентриситет эллипса; a – большая полуось эллипса; $p = a(1 - e^2)$ – фокальный параметр эллипса.

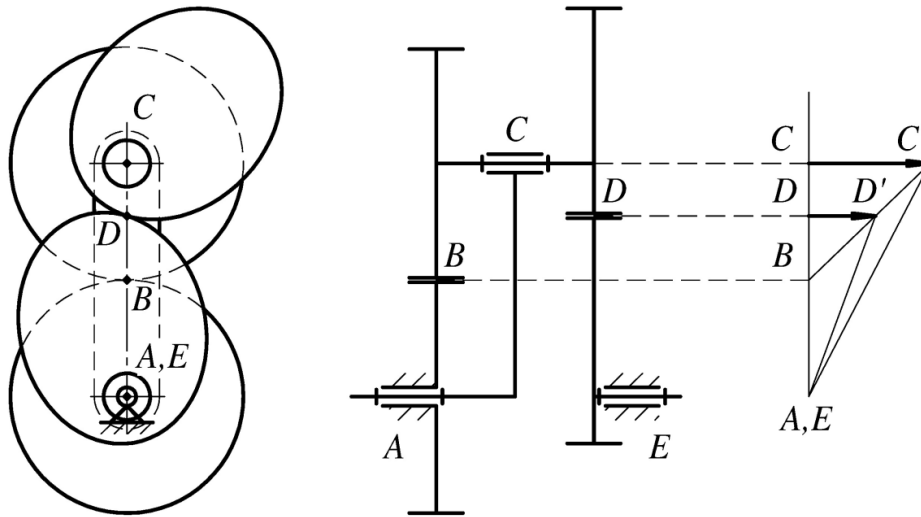


Рис. 3. План скоростей звеньев механизма

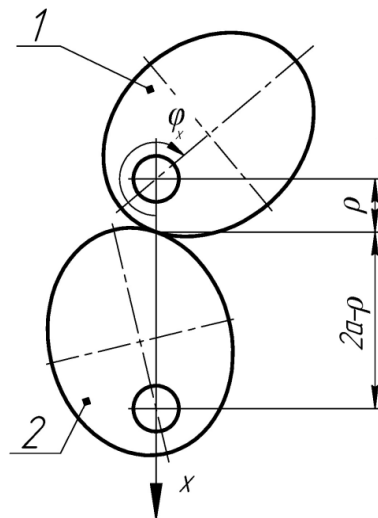


Рис. 4. Зацепление пары эллиптических колес

Тогда длины отрезков BD и ED определяются:

$$BD = a - \rho, \quad (4)$$

$$ED = 2a - \rho. \quad (5)$$

Учитывая, что $AC = 2a$, $BC = a$, подставим (4), (5) в (2) и получим

$$\varphi'_3 = \frac{(a - \rho) \cdot 2a}{a(2a - \rho)} = 1 - \frac{\rho}{2a - \rho}. \quad (6)$$

Подставляя (3) в (6), получим

$$\varphi'_3 = 1 - \frac{p}{2a(1 - e \cos(\varphi_1 + \pi)) - p}. \quad (7)$$

Для определения аналога углового ускорения $\varphi''_3(\varphi_1)$ продифференцируем (7) по обобщенной координате:

$$\varphi''_3(\varphi_1) = \frac{2p \cdot a \cdot e \cdot \sin(\varphi_1 + \pi)}{(2a(1 - e \cos(\varphi_1 + \pi)) - p)^2}. \quad (8)$$

Определим закон движения выходного вала $\varphi_3(\varphi_1)$, проинтегрировав (7) по обобщенной координате:

$$\varphi_3(\varphi_1) = \varphi_1 - \frac{(1 - e^2)}{\sqrt{(1 + e^2)^2 - 4e^2}} \times \left[\arctg \left(\frac{(1 + e^2) \cdot \tg(\varphi_1 + \pi)}{\sqrt{(1 + e^2)^2 - 4e^2}} \right) + \arctg \left(\frac{2e \cdot \sin(\varphi_1 + \pi)}{\sqrt{(1 + e^2)^2 - 4e^2}} \right) \right]. \quad (9)$$

Таким образом, уравнения (7)–(9) полностью описывают кинематику исследуемого планетарного механизма.

2. Экспериментальное исследование положения выходного вала планетарного исполнительного механизма

Проведем проверку адекватности разработанной кинематической модели реальному механизму. Так как уравнения (7)–(9) зависят друг от друга, то достаточно проанализировать одно из них, например функцию положения (9). Для проведения исследований спроектирован и изготовлен макет планетарного механизма с набором сменных эллиптических колес, имеющих следующие геометрические параметры: диаметры цилиндрических зубчатых колес 4 и 6 равны $d_4 = d_6 = 50$ мм; межосевое расстояние $a = r_4 + r_6 = 50$ мм; размеры эллиптических колес приведены в табл. 1.

Таблица 1

Размеры сменных эллиптических колес

№ пары	Большая полуось a	Малая полуось b	Фокальное расстояние c	Фокальный параметр p	Эксцентриситет e
1	25	20	15	16	0,6
2	25	21	13,565	17,64	0,543
3	25	22	11,874	19,36	0,475
4	25	23	9,798	21,16	0,392
5	25	24	7	23,04	0,28

Исследование функции положения проводилось путем измерения углов поворота φ_1 и φ_3 ведущего и ведомого валов с интервалом 10° , в каждом из положений по трем измерениям. Результаты измерений показаны на рис. 5.

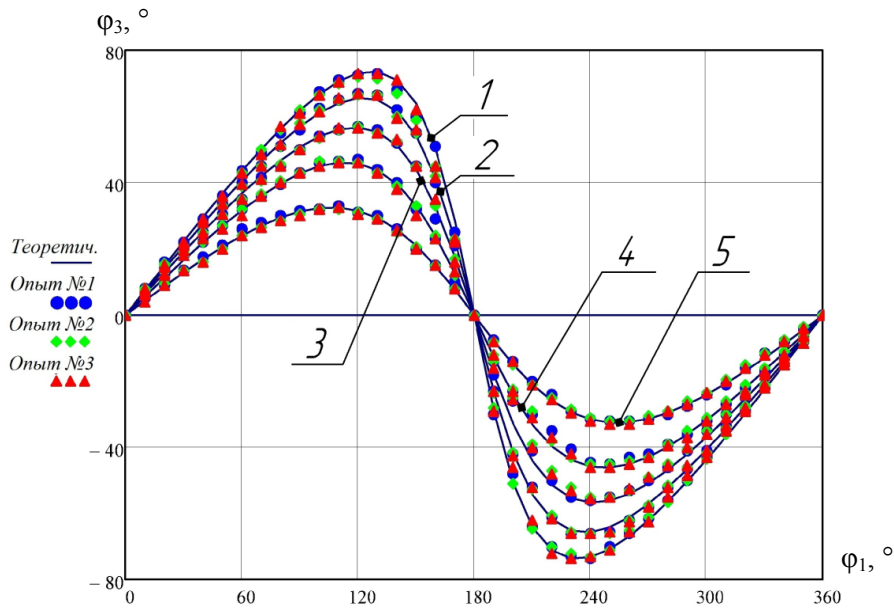


Рис. 5. Результаты измерения функции положения

Как видно из рис. 5, максимальные отклонения результатов эксперимента от расчетных данных не превышают 7 %.

Проведем статистический анализ результатов измерений на примере механизма с парой эллиптических колес № 2 ($a = 25$, $b = 21$). На рис. 6 показаны графики абсолютных ошибок ξ для трех измерений.

Построим интервальный вариационный ряд полученных экспериментальных данных. Для определения оптимального количества интервалов k воспользуемся формулой Стерджесса [10]:

$$k = 3,32 \lg n + 1, \quad (10)$$

где n – численность совокупности ($n = 108$).

Разбив выборку на $k = 8$ интервалов, построим гистограмму рассеивания результатов измерений (рис. 7).

Проверим гипотезу о нормальном распределении исследуемой выборки. Параметры нормального распределения (математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение) определим по формуле [11]:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n (x_i p_i); \quad (11)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{(x_i - M(X))^2 \cdot p_i}, \quad (12)$$

где x_i – среднее значение интервала; p_i – вероятность попадания величины в интервал.

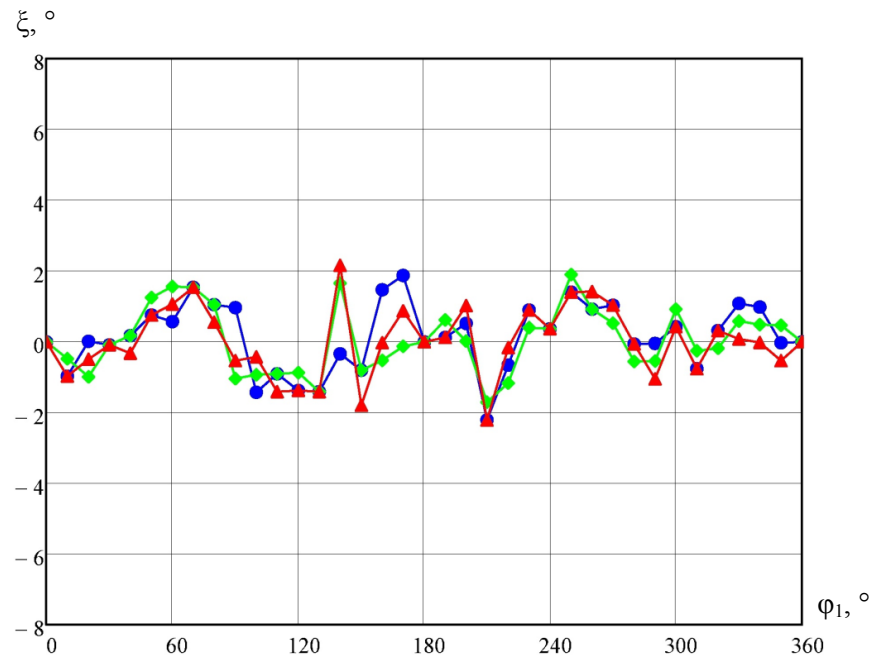


Рис. 6. Графики абсолютных ошибок

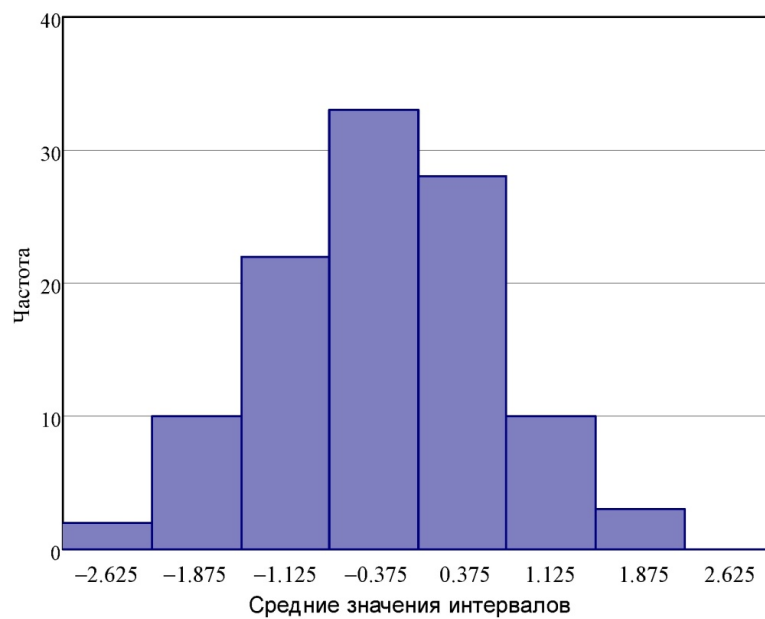


Рис. 7. Гистограмма рассеивания результатов измерений

Для исследуемой выборки $M(X) = -0,313$ и $\sigma(X) = 0,953$. Вычислим теоретические вероятности попадания в интервал через интегральную функцию:

$$P_i^{\text{теор}} = F(Z_{i+1}) - F(Z_i), \quad (13)$$

где $F(Z)$ – интегральная функция выбранного закона распределения.

Теоретические частоты попадания в интервал определим по формуле

$$n_i^{\text{теор}} = P_i^{\text{теор}} \cdot n. \quad (14)$$

Построим гистограммы эмпирических и теоретических частот на одном графике и сравним результаты (рис. 8).

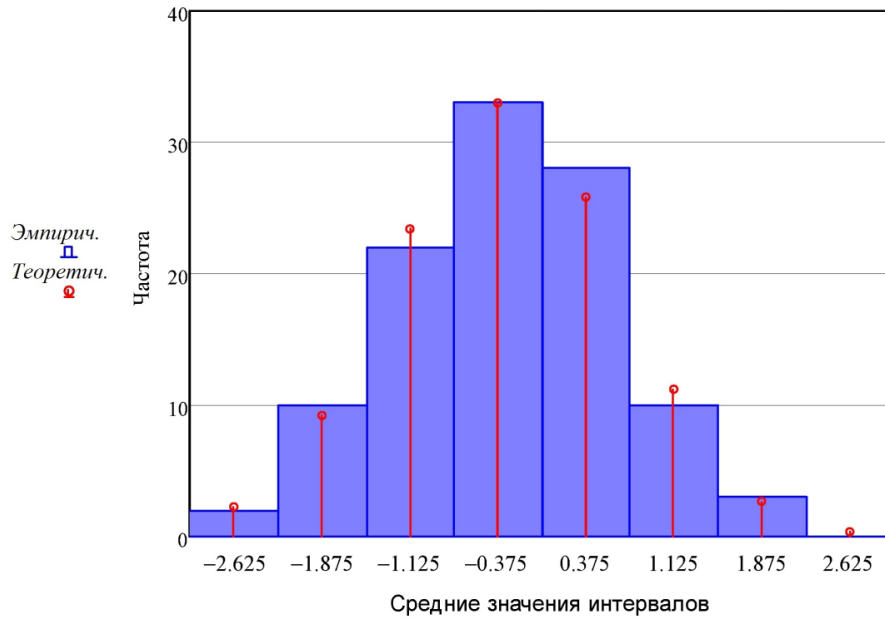


Рис. 8. Гистограммы эмпирических и теоретических частот

Из рис. 8 видно, что эмпирические и теоретические частоты попадания в интервал совпадают.

Для проверки выдвинутой гипотезы воспользуемся критерием согласия Пирсона [11]:

$$\chi_{\text{набл}}^2 = \sum \frac{(n_i - n_i^{\text{теор}})^2}{n_i^{\text{теор}}}. \quad (15)$$

Проверим, удовлетворяет ли полученное значение $\chi_{\text{набл}}^2 = 0,918$ выбранной гипотезе по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и количеству степеней свободы $k = 5$. Так как $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2$, то выбранную гипотезу считаем верной.

Оценить процент вероятности принадлежности распределения к нормальному можно по формуле, предложенной в [12]:

$$\alpha = \left[1 - \frac{1}{\frac{k}{2^2} \Gamma(k/2)} \int_0^{\chi_{1-\alpha}^2(k)} e^{-\frac{t}{2}} \cdot t^{\frac{k}{2}-1} dt \right] \cdot 100\%, \quad (16)$$

где $\Gamma(k/2)$ – Гамма-функция; k – число степеней свободы.

Используя формулу (16), получим $\alpha = 96,89$. Таким образом, данное распределение относится к нормальному с вероятностью 96,89 %. Используя выражения (11)–(16), вычислим $\chi^2_{\text{набл}}$ и α для других пар эллиптических колес (табл. 2).

Таблица 2

Значения $\chi^2_{\text{набл}}$ и α

№ пары	$\chi^2_{\text{набл}}$	α , %
1	71,854	$4,2 \cdot 10^{-12}$
2	0,918	96,89
3	50,37	$1,16 \cdot 10^{-7}$
4	18,74	0,215
5	4,695	45,422

Как видно из табл. 2, гипотезу о нормальном распределении результатов измерения можно считать верной для экспериментов с парами эллиптических колес № 2 и № 5.

Определим погрешность измерений с доверительной вероятностью $P = 0,99$. Найдем квантиль распределения m из выражения

$$\Phi(m) - \Phi(-m) = P, \quad (17)$$

где $\Phi(m)$ – функция Лапласа.

Так как функция Лапласа нечетная, то $\Phi(-m) = -\Phi(m)$. Преобразуем выражение (17) и получим

$$\Phi(m) = \frac{0,99}{2} = 0,495. \quad (18)$$

Используя таблицу значений $\Phi(Z)$ [13], находим $m = 2,57$. Тогда доверительный интервал с надежностью 0,99 запишется в виде

$$M(X) - 2,57 \cdot \sigma(X) < M(X) < M(X) + 2,57 \cdot \sigma(X). \quad (19)$$

Таким образом, для механизма с парой эллиптических колес № 2 и № 5 погрешности измерения с вероятностью 0,99 попадают в интервалы $-0,313 \pm 2,45^\circ$ и $-0,36 \pm 1,64^\circ$ соответственно.

Заключение

В результате работы исследована кинематика исполнительного механизма ВВПУ, который представляет собой планетарную передачу с эллиптическими зубчатыми колесами. Построены планы положений и скоростей, определены функции положения, аналога скорости и аналога ускорения выходного вала.

Проведенные экспериментальные исследования подтвердили адекватность построенной кинематической модели реальным механизмам с различными размерами эллиптических колес. Таким образом, полученные зависимости могут быть использованы при дальнейшем динамическом, силовом

анализе, а также при проектировании перемешивающих устройств с предложенным планетарным механизмом.

Библиографический список

1. **Васильцов, Э. А.** Аппараты для перемешивания жидких сред / Э. А. Васильцов, В. Г. Ушаков. – Л. : Машиностроение, 1979. – 272 с.
2. **Брагинский, Л. Н.** Перемешивание в жидких средах: Физические основы и инженерные методы расчета / Л. Н. Брагинский, В. И. Бегачев, В. М. Барабаш. – Л. : Химия, 1984. – 336 с.
3. **Kumaresan, T.** Effect of impeller design on the flow pattern and mixing in stirred tanks / T. Kumaresan, J. B. Joshi // *Chemical Engineering Journal*. – 2006. – Т. 115, № 3. – С. 173–193.
4. **Zadghaffari, R.** A mixing study in a double-Rushton stirred tank / R. Zadghaffari, J. S. Moghaddas, J. Revstedt // *Computers & chemical engineering*. – 2009. – Т. 33, № 7. – С. 1240–1246.
5. **Prikhodko, A. A.** Dynamic analysis of rotationally reciprocating stirred tank with multiple impellers / A. A. Prikhodko, A. I. Smelyagin // 2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS). – IEEE, 2015. – С. 1–5.
6. **Prikhodko, A. A.** Development and research of vibromixing reactor with rotationally reciprocating motion of impeller / A. A. Prikhodko, A. I. Smelyagin // *Vibroengineering Procedia*. – 2016. – Т. 8. – С. 102–107.
7. **Приходько, А. А.** Уравновешивание планетарного исполнительного механизма возвратно-вращательного перемешивающего устройства / А. А. Приходько, А. И. Смелягин // *Проблемы машиностроения и автоматизации*. – 2016. – № 4. – С. 62–67.
8. **Приходько, А. А.** Кинематический анализ планетарного зубчатого механизма преобразования вращательного движения в возвратно-вращательное / А. А. Приходько, А. И. Смелягин // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. – 2016. – № 12. – С. 21–27.
9. **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.
10. **Гайдышев, И.** Анализ и обработка данных: Специальный справочник / И. Гайдышев. – СПб. : Питер, 2001. – 752 с.
11. **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 1972. – 386 с.
12. **Мевша, Н. В.** Методы исследования и оценки технического состояния цепных передач : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02 / Мевша Николай Витальевич. – Краснодар, 2005. – 213 с.
13. **Львовский, Е. Н.** Статистические методы построения эмпирических формул / Е. Н. Львовский. – М. : Высшая школа, 1982. – 224 с.

References

1. Vasil'tsov E. A., Ushakov V. G. *Apparaty dlya peremeshivaniya zhidkikh sred* [Devices for liquid media stirring]. Leningrad: Mashinostroenie, 1979, 272 p.
2. Braginskiy L. N., Begachev V. I., Barabash V. M. *Peremeshivanie v zhidkikh sredakh: Fizicheskie osnovy i inzhenernye metody rascheta* [Stirring of liquid media: physical foundations and engineering calculation methods]. Leningrad: Khimiya, 1984, 336 p.
3. Kumaresan T., Joshi J. B. *Chemical Engineering Journal*. 2006, vol. 115, no. 3, pp. 173–193.

4. Zadghaffari R., Moghaddas J. S., Revstedt J. *Computers & chemical engineering*. 2009, vol. 33, no. 7, pp. 1240–1246.
5. Prikhodko A. A., Smelyagin A. I. *2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS)*. IEEE, 2015, pp. 1–5.
6. Prikhodko A. A., Smelyagin A. I. *Vibroengineering Procedia*. 2016, vol. 8, pp. 102–107.
7. Prikhod'ko A. A., Smelyagin A. I. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii* [Problems of mechanical engineering and automation]. 2016, no. 4, pp. 62–67.
8. Prikhod'ko A. A., Smelyagin A. I. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [University proceedings. Mechanical engineering]. 2016, no. 12, pp. 21–27.
9. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Mathematics reference book for reseachers and engineers]. Moscow: Nauka, 1974, 832 p.
10. Gaydyshev I. *Analiz i obrabotka dannykh: Spetsial'nyy spravochnik* [Data analysis and processing: Special reference book]. Saint-Petersburg: Piter, 2001, 752 p.
11. Gmurman V. E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [The probability theory and mathematical statistics]. Moscow: Vysshaya shkola, 1972, 386 p.
12. Mevsha N. V. *Metody issledovaniya i otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya tsepnykh peredach: dis. kand. tekhn. nauk: 05.02.02* [Chain drive research methods and operating condition evaluation: dissertation to apply for the degree of the candidate of engineering sciences]. Krasnodar, 2005, 213 p.
13. L'vovskiy E. N. *Statisticheskie metody postroeniya empiricheskikh formul* [Statistical methods of empirical formula construction]. Moscow: Vysshaya shkola, 1982, 224 p.

Приходько Александр Александрович
аспирант, Кубанский государственный
технологический университет (Россия,
г. Краснодар, ул. Московская, 2)
E-mail: sannic92@gmail.com

Prikhod'ko Aleksandr Aleksandrovich
Postgraduate student, Kuban State
Technological University
(2 Moskovskaya street, Krasnodar, Russia)

Смелягин Анатолий Игоревич
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой теоретической
механики, Кубанский государственный
технологический университет (Россия,
г. Краснодар, ул. Московская, 2)
E-mail: asmelyagin@yandex.ru

Smelyagin Anatoliy Igorevich
Doctor of engineering sciences, professor,
head of sub-department of theoretical
mechanics, Kuban State Technological
University (2 Moskovskaya street,
Krasnodar, Russia)

Мевша Николай Витальевич
кандидат технических наук, доцент,
кафедра технической механики
и гидравлики, Кубанский
государственный технологический
университет (Россия, г. Краснодар,
ул. Московская, 2)
E-mail: mevsha@hotmail.ru

Mevsha Nikolay Vital'evich
Candidate of engineering sciences, associate
professor, sub-department of engineering
mechanics and hydraulics, Kuban State
Technological University (2 Moskovskaya
street, Krasnodar, Russia)

УДК 62-133

Приходько, А. А.

Экспериментальное исследование кинематики планетарного вращательно-перемешивающего устройства / А. А. Приходько, А. И. Смелягин, Н. В. Мевша // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2017. – № 3 (43). – С. 121–133. DOI 10.21685/2072-3059-2017-3-10